$$f(\varepsilon) > 0 \Leftrightarrow \frac{\ln(1+\varepsilon)}{\varepsilon} < 1 - \frac{\varepsilon}{4} \text{ при } 0 < \varepsilon \le 3/2 . \quad (16)$$

Применим ее к (15), отметив предварительно, что

$$a_j = \frac{\ln(1+\varepsilon_j)}{\varepsilon_j} \cdot \frac{n+1}{n}, \text{ где } \varepsilon_j := \frac{n+1}{j(n-j)}, \ j = 1, \dots, n-1 .$$

При фиксированном n величина ε_j достигает максимума по j при $j = 1$ ($\varepsilon_{max} = (n+1)/(n-1)$) и минимума - при $j = n/2$ ($\varepsilon_{min} = 4(n+1)/n^2 > 4/n$). При $n \ge 5$, очевидно, $\varepsilon_{max} \le 3/2$, поэтому применима оценка (16); это дает

$$a_j \le \left(1 - \frac{\varepsilon_j}{4}\right) \cdot \frac{n+1}{n} \le \left(1 - \frac{\varepsilon_{min}}{4}\right) \cdot \frac{n+1}{n} \le$$
$$\le \left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdot \frac{n+1}{n} = 1 - \frac{1}{n^2} < 1, \ j = 1, \dots, n-1 .$$

При $n = 2, 3, 4$ требуемые условия $a_j < 1$ проверяются непосредственно по формуле (15):

$$a_j = \begin{cases} \frac{1}{2}\ln 4 < 1 & при \quad n = 2, j = 1; \\ \frac{2}{3}\ln 3 < 1 & при \quad n = 3, j = 1, 2; \\ \frac{3}{4}\ln\frac{8}{3} < 1 & при \quad n = 4, j = 1, 3; \\ \ln\frac{9}{4} < 1 & при \quad n = 4, j = 2. \end{cases}$$

Так как $a_j < 1$, $j = 1, \dots, n-1$, то соотношение (13) доказано. Из последнего вытекает, что функция H (а значит, и функция H_1) выпукла вверх и, следовательно, достигает глобального максимума в единственной точке $x = 0,5$.

SUMMARY

A complex Bernoulli information source arising in problems of optimal coding is considered. The source's enthropy function is shown to be concave and to have a (unique) maximum point.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисенко А.А. О некоторых аспектах современной теории информации //Весник Сумского государственного университета.-1994.-№1, с.93-96.
2. Борисенко А.А. О преобразовании источников информации //Тез.докл.научно-технической конференции. "Техника и физика электронных систем и устройств", ч.2,1995 - Сумы,Сумский государственный университет.

Поступила в редколлегию 8 сентября 1995г.

УДК 621.391.1

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОЗИЦИОННЫХ КОДОВ В БИНОМИАЛЬНЫЕ С МНОГОЗНАЧНЫМ АЛФАВИТОМ

Онанченко Е.Л., ст. преп., Протасова Т.А., асп.

Биномиальные коды с многозначным алфавитом эффективно решают ряд теоретических и практических задач информатики. К таким задачам относятся формирование комбинаторных кодов, помехоустойчивое кодирование, сжатие информации [1]. Кроме того, с помощью биномиальных кодов можно эффективно преобразовывать информацию и соответственно использовать при построении вычислительных цифровых устройств [2]. При этом очень часто возникают задачи преобразования позиционных кодов в биномиальные и обратно.

Многозначные биномиальные коды характеризуются следующим выражением [3]:

$$A = \sum_{i=0}^{x_{k-1}-1} C_{n-i-1}^{k-1} + \sum_{i=0}^{x_{k-2}-1} C_{n-i-2-x_{k-1}}^{k-2} + \dots +$$

$$+\sum_{i=0}^{x_{k-j}-1} C_{n-i-j-q_j}^{k-j} + \ldots + \sum_{i=0}^{x_0-1} C_{n-i-k-q_k}^{k-k} \qquad (1)$$

и ограничениями:

1. Алфавит с учетом нуля содержит $q+1$ цифру, где q - максимальная цифра многозначной биномиальной системы счисления, соответствующая ее контрольному числу.

2. Длина многозначного биномиального числа равна k.

3. Цифра x_{k-j} любого разряда числа и их сумма не может превышать q.

4. Параметр системы счисления, определяющий число возможных чисел при заданных k и q, $n=k+q$.

5. Диапазон чисел $N=C_k^n$.

Общие правила перевода из одной позиционной системы счисления в другую остаются в силе и для биномиальных кодов. Один из таких универсальных методов преобразования чисел заключается в том, что операция перевода представляется в виде двух параллельно идущих операций - сложения и вычитания [4].

Первым операндом является переводимое двоичное число либо число в любой другой позиционной системе счисления. Вторым операндом - нуль. В процессе перевода числа от первого операнда отнимается единица с одновременным прибавлением единицы ко второму операнду. Операции вычитания производятся по правилам системы счисления исходного числа, а сложения - по правилам системы счисления, в которую осуществляется перевод. Процедура повторяется до тех пор, пока первое число не станет равным нулю и, следовательно, второе число - эквивалентно исходному числу.

Рассмотренный метод перевода из одной системы счисления в другую в связи со своей универсальностью получил распространение на практике, например при переводе из системы остаточных классов в позиционную систему [3, 5]. Однако использование этого метода в ряде случаев является недостаточно быстродействующим, особенно при большой разрядности переводимых чисел.

Рассмотрим более эффективный метод преобразования в биномиальную систему счисления из позиционной:

1. Проверяется условие, что переводимое число не превышает диапазон чисел системы счисления, в которую оно переводится.

2. Определяется, не является ли нулем переводимое число. Если да, то оно представляется единственным образом - 00...0. Если нет, то необходимо произвести операцию поиска значений цифр каждого разряда биномиального числа.

3. Определяется десятичный эквивалент переводимого числа $S_{пов}$.

4. Определяется цифра старшего разряда x_{k-1}.

5. Присваивается $x_{k-1}=1$ и вычисляется его количественный эквивалент A_{k-1}.

6. Если величина переводимого числа равна полученному количественному эквиваленту, то получена цифра данного разряда, а все младшие разряды равны нулю.

7. Если величина переводимого числа меньше количественного эквивалента данного разряда, то цифра в данном разряде на единицу меньше проверяемой величины $(x_{k-1}-1)$. Переход к пункту 10.

8. Если величина переводимого числа больше количественного эквивалента данной цифры, то значение цифры увеличивается на единицу и вычисляется ее количественный эквивалент.

9. Повторяется процедура, описанная в пунктах 6,7,8 до тех пор, пока величина количественного эквивалента не будет превышать переводимое число. В результате получена максимальная цифра разряда, равная $(x-1)$

10. Определяется цифра следующего разряда. Для этого из исходной величины переводимого числа вычитается количественный эквивалент цифры полученного ранее нового числа. С полученной разностью производится процедура, описанная в пунктах 5-9. В результате получается цифра следующего разряда.

11. Рассмотренные операции проводятся до тех пор, пока не будет получена цифра младшего при счете слева направо k-го разряда нового числа.

12. Процесс поиска окончен.

Пример. Пусть необходимо двоичное число 100110100 перевести в многозначное биномиальное число с $k=4$ и $q=7$, при этом $n=k+q=11$. Величина двоичного числа $S_{дв}=308$. Для заданных q и n диапазон биномиальных чисел $N=C_n^k=C_{11}^4=330>S_{дв}$, поэтому перевод данного числа в многозначную биномиальную систему счисления возможен, а $N \neq S_{дв}$, поэтому необходимо провести операции поиска значения цифр каждого разряда биномиального числа.

В соответствии с (1) биномиальное число с $k=4$, $q=7$ будет иметь вид

$$A=\sum_{i=0}^{x_3-1} C_{n-1-i}^{k-1}+\sum_{i=0}^{x_2-1} C_{n-2-i-x_3}^{k-2}+$$

$$+\sum_{i=0}^{x_1-1} C_{n-3-i-x_3-x_2}^{k-3}+\sum_{i=0}^{x_0-1} C_{n-4-i-x_3-x_2-x_1}^{k-4}=\sum_{i=0}^{k-1} A_i.$$

Производим поиск значений цифр разрядов. Найдем цифру третьего разряда биномиального числа:

при $X_3=1$ $A_3=C_{n-1}^{k-1}=C_{10}^3=120<S_{дв}$;

$X_3=2$ $A_3=C_{10}^3+C_9^3=120+84=204<S_{дв}$;

$X_3=3$ $A_3=C_{10}^3+C_9^3+C_8^3=120+84+56=260<S_{дв}$;

$X_3=4$ $A_3=C_{10}^3+C_9^3+C_8^3+C_7^3=120+84+56+35=295<S_{дв}$;

$X_3=5$

$A_3=C_{10}^3+C_9^3+C_8^3+C_7^3+C_6^3=120+84+56+35+20=315>S_{дв}$.

Поэтому $X_3=4$, $A_3=295<S_{дв}$. $S_2=S_{дв}-A_3=308-295=13$.

Найдем цифру второго разряда биномиального числа:

$X_2=1$ $A_2=C_{n-2-x_3}^{k-2}=C_{11-2-4}^{4-2}=10<S_2$;

$X_2=2$ $A_2=C_5^2+C_4^2=10+6=16>S_2$,

поэтому

$X_2=1$, $A_2=10$, $S_1=S_2-A_2=13-10=3$.

$X_1=1$, $A_2=C_{n-3-x_1-x_2}^{k-3}=C_{11-3-4-1}^{4-3}=C_3^1=3=S_1$.

Так как $S_1=A_1$, то согласно пункту 6 $X_1=1$, а все младшие разряды равны нулю, $X_0=0$. Получили многозначное биномиальное число 4110. Для проверки сделаем обратный переход. Обратный переход от многозначного биномиального числа к числу в позиционной системе счисления может быть осуществлен путем подстановки в (1) вместо X_i их значений и вычисления количественного эквивалента биномиального числа в десятеричной системе счисления, а затем перехода от нее к числу в любой другой позиционной системе счисления. Итого:

$k=4$; $q=7$;

$X_3=4$;

$A_3=C_{10}^3+C_9^3+C_8^3+C_7^3=120+84+56+35=295$;

$X_2=1$;

$A_2=C_5^2=10$;

$X_1=1$;

$A_1=C_3^1=3$; $X_0=0$, $A_0=0$.

Десятичный эквивалент биномиального числа 4110 равен

$A_3+A_2+A_1+A_0=295+10+3+0=308$.

Используя правила перевода из одной системы счисления в другую, получим двоичный эквивалент десятичного числа, равный 100110100. Полученное двоичное число соответствует биномиальному 4110.

Таким образом, в настоящей статье предложен быстродействующий метод преобразования позиционных кодов в биномиальные с многозначным алфавитом.

SUMMARY

The algorithm transforming positional codes into multiple valued binomial ones is proposed. Its feature is high speed when coding the numbers of a large digit length. It may be applied to development of the combinatorial codes by scheme or program ways.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.Толстяков В.С. и др. Обнаружение и исправление ошибок в дискретных устройствах. - М.: Сов. радио, 1972. - 288с.

2.А.с.1547071. Преобразователь кодов. Борисенко А.А., Соловей В.А., Мирошниченко В.М. - Опубл. 28.02.90, БИ N8.

3.Борисенко А.А. Об одной системе счисления с биномиальным основанием. - Рук. деп. в ВИНИТИ, 1982.-N874-82.

4.Самофалов К.Г., Романкевич А.М., Валуйский В.Н. и др. Прикладная теория цифровых автоматов. - К.: Выща школа, 1987.-375с.

5.Борисенко А.А., Губарев С.И.,Вулаенко С.И. Об одном способе преобразования чисел из позиционного кода в систему остаточных классов. - АСУ и приборы автоматики : Респ. межвед. науч.-техн. сб. - Харьков : Выща школа , ХГУ, 1976. - Вып. 40.

Поступила в редколлегию 29 сентября 1995 г.

УДК 681.32

К ВЫЧИСЛЕНИЮ ЧИСЛА СОЧЕТАНИЙ

Арбузов В. В., асп., Кулик И. А., асп., Бережная О. В., асп.

Целый ряд аппаратных средств, таких, как устройства нумерационного кодирования на основе биномиальной системы счисления, устройства контроля канала связи и устройства сжатия, требуют для своего функционирования подсчет числа сочетаний C_n^k [1,2]. При этом актуальными являются задачи нахождения точных целочисленных значений C_n^k и обеспечения максимального быстродействия вычислительных алгоритмов. Решение этих задач на уровне программно-аппаратной реализации для относительно больших значений n и k сталкивается со следующими трудностями. Во-первых, громоздкость вычислений, связанная с подсчетом факториалов чисел; во-вторых, сложность представления конечного результата, достигающего во многих случаях больших значений (например, $C_{500}^{250} \approx 1,17 \times 10^{149}$). Существующие способы подсчета числа сочетаний или имеют оценочный характер, или требуют больших аппаратурных и временных затрат [3, 4]. Значительное снижение этих затрат при построении эффективного специализированного вычислительного устройства связано с изучением свойств самой функции C_n^k и особенностей ее вычисления, учет которых позволит уменьшить априорную неопределенность вычислительной процедуры. Это приводит к уменьшению количества информации, получаемой в процессе вычисления, и предоставляет возможность экономии аппаратурных и временных ресурсов для ее обработки, хранения и передачи.

Поэтому для подсчета точного целочисленного значения C_n^k при больших значениях n и k необходимо решить следующие задачи: